

1. feladat Bergengóciában 10 város van. Tudjuk, hogy bármely két város között vagy vonat, vagy busz közlekedik. (Csak az egyik.) Igazoljuk, hogy tetszőleges városból bármelyik másikba el lehet jutni (esetleg átszállásokkal) úgy, hogy csak az egyik közlekedési eszközt használjuk!

2. feladat Egy 100 tagú társaságban megkérdeztük, kinek hány ismerőse van a jelenlevők között. (Az ismeretség kölcsönös.) Mutassuk meg, hogy legalább két ember ugyanazt a számot mondta!

3. feladat Egy térképen a városokat pontokkal ábrázolták. A városok páronkénti távolsága mind különböző. Mindegyik várost összekötjük a hozzá legközelebbivel.

a) Igazoljuk, hogy nem jöhet létre zárt töröttvonal!

b) Mutassuk meg, hogy az összekötő szakaszok nem metszik egymást!

4. feladat Egy gráfnak 6 csúcsa van. Minden pont foka 2. Milyen lehet ez a gráf?

5. feladat Egy 5 tagú társaságban mindenkinek legalább két ismerőse van.

a) Le lehet-e ültetni őket egy kerek asztal köré úgy, hogy mindenki mindkét szomszédját ismerje?

b) Ki lehet-e közülük négyet választani úgy, hogy – alkalmas sorrendben egy kerek asztal köré ültetve őket – mindenki mindkét szomszédját ismerje?

c) Mi a válasz az a) és b) kérdésre akkor, ha mindenkinek **pontosan** két ismerőse van?