

20. feladatsor

1. Az Orion bolygón az év ugyanúgy 365 napból áll, mint nálunk. A hónapok hossza szintén 28, 30 vagy 31 nap. Bizonyítsuk be, hogy akkor az évnek ott is 12 hónapból kell állnia!

Mennyi a különböző hosszúságú hónapok száma ezen a bolygón, ha tudjuk, hogy ott több a 28 napos hónap, mint nálunk?

2. Hagyjunk el az $1, 2, 3, \dots, 24$ számok közül néhányat úgy, hogy a megmaradtak szorzata a lehető legnagyobb köbszám legyen! Legalább hány számot kell elhagynunk?

3. Az ABC derékszögű háromszög beírt köre az AB átfogót a D pontban érinti. Bizonyítsuk be, hogy $AD \cdot DB = T$, ahol T a háromszög területét jelenti!

4. Péter és öccse, Miklós versenyt futott 1km-es távon. Péter 50 másodperc előnyt adott, és így még 50m-re volt a céltól, amikor öccse befutott. „Lebecsültem erődet, holnap csak 100m előnyt kapsz!”-mondta. Másnap Miklós valóban bátyja után ért célba 16 másodperccel. A versenytáv mely pontján előzte meg a második napon Péter az öccsét? (Feltéve, hogy egyéni teljesítményük a két napon ugyanaz volt.)

5. Mely pozitív egész n számokra osztható $n^8 - n^2$ 504-gyel?