

**Beadási határidő: 2018. március 19.**

- 1. feladat** A Varga Tamás verseny eredményhirdetésére 40 tanulót hívtak meg. Közülük vannak olyanok, akik ismerik egymást, vannak, akik nem. Bizonyítsd be, hogy a 40 diák között van legalább kettő, akiknek ugyanannyi ismerőse van a döntőre meghívottak között! (Az ismeretség kölcsönös.)
- 2. feladat** Öt város között utak futnak, egy út az egyik városból közvetlenül a másikba vezet, továbbá két város között legfeljebb egy út van. Lehetséges-e, hogy az egyes városokból rendre 2,2,3,3,3 út indul ki?
- 3. feladat** Az  $ABC$  egyenlő szárú háromszög  $AB$  szára felmértük a  $BD$  szakaszt. ( $BD < AB$ ) Az  $AC$  szár  $C$ -n túli meghosszabbításán felvettük az  $E$  pontot úgy, hogy  $CE = BD$  legyen. A  $DE$  szakasz a háromszög  $BC$  alapját az  $F$  pontban metszi. Igazold, hogy  $F$  felezi a  $DE$  szakaszt!
- 4. feladat** Legfeljebb hány futót lehet elhelyezni a sakktáblán úgy, hogy semelyik kettő ne álljon ütésben?
- 5. feladat**  $A$  és  $B$  a sakktáblán egy bábúval felváltva lépnek. A bábú a bal alsó sarokból indul. Egy lépésben vagy jobbra egyet, vagy felfele egyet, vagy jobbra fel átlósan egyet léphetnek. Az veszít, aki a jobb felső sarokba lép. A játék folyamán egyszer passzolhat valamelyik játékos, a játéknak csak akkor van vége, ha valaki már passzolt. (Tehát lehet, hogy az utolsó „lépés” volt a passz.) Kinek van nyerő stratégiája, ha  $A$  kezd?