

Ismerkedés a teljes indukcióval – megoldások a szakkörösöktől

1. feladat A Matkönyv 7-8-os kombinatorika kötetének 16.1-es feladatának megoldása

(https://matkonyv.fazekas.hu/cache/pdf/vol_kombinatorika_i.pdf)

Ebből az következik, hogy ami eredetileg 2. tanítási nap lett volna az lesz az első, így azon a napon sem lehet tanítani semmit. Ha ez a tanítási nap is elmarad, akkor, ami eredetileg 3. tanítási nap lett volna az lesz az első, így nem lehet azon a napon semmit se tanítani. Így ha az is elmarad, akkor, ami eredetileg 4. tanítása nap lett volna az lesz az első, így azon a napon se lehet tanítani semmit, és ez így megy tovább. Bezárhatjuk az iskolát.

2. feladat A Matkönyv 7-8-os kombinatorika kötetének 16.2-es feladata.

(https://matkonyv.fazekas.hu/cache/pdf/vol_kombinatorika_i.pdf)

Ha mindig tud még jobban koncentrálni és még jobban nekifutni mindig egy cm-rel magasabbra ugrik, tehát ha elég ideje van, akkor akármeckora magasságot megugorhat, ezért nem valószínű, hogy igazat mond.

3. feladat A Matkönyv 7-8-os kombinatorika kötetének 16.3-as feladata.

(https://matkonyv.fazekas.hu/cache/pdf/vol_kombinatorika_i.pdf)

a) Első megoldás: Osszuk fel a négyzet oldalait 5 egyenlő szakaszra, melyek segítségével készítsünk egy 5×5 -ös négyzetrácsot. Válasszunk ki egy tetszőleges 4×4 -es négyzetet, a többi négyzetrács kijelöl további 9 db négyzetet. Ez 10 db kisebb négyzetre egy példa.

a) Második megoldás: Minden négyzetet el tudunk negyedelni, így egy négyzetből tudunk négyet készíteni, azaz a négyzetek számát lehet 3-mal növelni. Háromszor egymás után végrehajtjuk ezt a műveletet, így 10 négyzetet kapunk.

b) Első megoldás: Az előző elvet vinném tovább. A 4×4 -es négyzetet átalakítjuk: eltöröljük a jelenlegi "rácsokat", helyette ismét 5×5 -öset csinálunk, az előző elv szerint 10 részre osztjuk. Ha megfigyeljük: 1 négyzetből 10 keletkezett, ami 9-cel több. $1234567-1=1234566$, ami a számjegyek összege alapján osztható 9-cel. (Azért vontunk le egyet, mert volt egy eredeti nagy négyzet, amiből kiindulva 9x-szel növeltük a négyzetek számát.) $x=1234566/9=123174$, tehát egész. Ez azt jelenti, hogy ennyiszor osztottuk fel 10 részre az eredeti, illetve az abból származtatott négyzetek egyikét, hogy 1234567 db négyzet keletkezzen. A válasz, hogy mindkét eset lehetséges.

b) Második megoldás: $1234567-1$ osztható 3-mal, így az eredeti négyzetből kiindulva lépésenként hárommal növelve a négyzetek számát, 1234567 négyzetet kapunk eredményül.

Új feladat Fel lehet-e bontani a 10 pozitív egész kitevős hatványait két négyzetszám összegére?