

1. feladat Három pozitív egész szám relatív prím, ha legnagyobb közös osztójuk 1. Három pozitív egész szám páronként relatív prím, ha közülük bármely kettő relatív prím. Igaz-e, hogy

a) ha a három szám relatív prím, akkor páronként is relatív prímeik?

b) ha páronként relatív prímeik, akkor a három szám relatív prím?

2. feladat A sakktábla minden egyes mezőjére egy-egy páros természetes számot írtunk úgy, hogy bármely két élben szomszédos mezőre írt szám különbsége legfeljebb 4 legyen. Igaz-e, hogy minden megfelelő kitöltésnél lesz a sakktáblán (legalább) 5 egyforma szám?

3. feladat Az $ABCDEF$ konvex hatszögről tudjuk, hogy $FAB\angle + ABC\angle + BCD\angle = CDE\angle + DEF\angle + EFA\angle$. Bizonyítsd be, hogy a hatszög (valamelyik) két szemközti oldala párhuzamos!

4. feladat Aladár és Bendegúz a következő játékot játssza: két kupac gyufa van előttük, s ezekből felváltva húznak. Aki következik, az választhat, hogy mindkét kupacból húz egy-egy gyufát, vagy valamelyik általa választott kupacból egyet. Az veszít, aki az utolsót (utolsókat) húzza. Aladár kezd, Bendegúz a második. Az egyik kupacban 21, a másikban 13 szál gyufa volt eredetileg. Kinek van nyerő stratégiája?

5. feladat A Varga Tamás verseny eredményhirdetésére 40 tanulót hívtak meg. Közülük vannak olyanok, akik ismerik egymást, vannak, akik nem. Bizonyítsd be, hogy a 40 diák között van legalább kettő, akiknek ugyanannyi ismerőse van a döntőre meghívottak között! (Az ismeretség kölcsönös.)