1. feladat Egy kocka csúcsaiba számokat írtunk. Egy-egy alkalommal valamelyik él két végén álló mindkét számot egyszerre, eggyel megnövelhetjük. Ezt az eljárást néhányszor megismételve elérhető-e, hogy a kocka minden csúcsában ugyanaz a szám álljon, ha eredetileg

a) az egyik testátló két végén 1, a többi csúcsban 0

b) az egyik csúcsban 1, a többiben 0 van?

2. feladat Igazoljuk, hogy $4|7^n + 3^{n+1}$ teljesül, ahol n pozitív egész.

3. feladat Az $1, 2, 3, \ldots 20$ számok közül kiválasztottunk 11 darabot. Mutassuk meg, hogy a kiválasztott számok között mindig van kettő olyan, amelyek közül az egyik osztója a másiknak!

4. feladat Legyen $A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{1}{100}\right)$, $B = \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{7}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{1}{99}\right)$.

a) Mennyi $A \cdot B$ értéke?

b) Mutasd meg, hogy általában két szomszédos páratlan szám szorzata kisebb, mint a közéjük eső páros szám négyzete!

c) Bizonyítsd be, hogy $A^2 < \frac{99}{100^2}$.

5. feladat Az ABC egyenlőszárú háromszög AB szárára felmértük a BD szakaszt. $(BD < AB)$ Az AC szár C-n túli meghosszabbításán felvettük az E pontot úgy, hogy CE = BD legyen. A DE szakasz a háromszög BC alapját az F pontban metszi. Igazold, hogy F felezi a DE szakaszt!

Beadási határidő: október 3.